

Казанский государственный университет

**Сборник задач
по газовой динамике**

Учебное пособие

Часть 1. Одномерные течения

Казань 2005

**Печатается по решению кафедры аэрогидромеханики
Казанского государственного университета
(протокол №7 от 02.02.05.)**

**Составители: доцент каф. аэрогидромеханики Казанского
университета Е.И.Филатов, ст. Г.Н.Чукурумова.
Рецензент: д.ф.-м.н., проф. В.В.Клоков**

**Сборник задач по газовой динамике. Часть 1. Одномерные
течения: учебное пособие / Сост. Е.И.Филатов, Г.Н. Чукурумова.
Казань: Казанский государственный университет. 2005. – 51 с.**

**Учебное пособие предназначено для использования студентами
специальности «механика» при изучении курса «Газовая динамика»**

**©Казанский государственный
университет. 2005 г.**

1. ОДНОМЕРНЫЕ ИЗЭНТРОПИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА

Основными параметрами, отражающими состояние газа, являются *давление, плотность и температура* газа. Размерность давления $\left[\frac{H}{M^3} \right]$, плотности $\left[\frac{KZ}{M^3} \right]$, температуры [град]. Давление часто выражают в технических и физических атмосферах.

$$1 \text{ техническая атмосфера} = 9,80665 \cdot 10^4 \frac{H}{M^2} = 735,6 \text{ мм.рт.ст.} ,$$

$$1 \text{ физическая атмосфера} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{H}{M^2} = 760 \text{ мм.рт.ст.}$$

Между температурными шкалами Кельвина и Цельсия имеет место соотношение $T^\circ K = 273 + t^\circ C$.

При нормальном атмосферном давлении на уровне моря $\left(1,013 \cdot 10^5 \frac{H}{M^2} \right)$ и температуре $288^\circ K$, плотность воздуха

$$\rho = 1,23 \frac{KZ}{M^3} , \text{ а удельный вес } \gamma = 12,07 \frac{H}{M^3} .$$

Давление, плотность и температура идеального газа связаны между собой *уравнением состояния* (Клапейрона):

$$p = R\rho T , \tag{1}$$

где R - удельная газовая постоянная; $[R] = \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$ (для воздуха

$$R = 287,1 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}})$$

При отсутствии теплообмена газа с внешней средой и при отсутствии необратимых потерь механической энергии между параметрами газа существует следующая зависимость:

$$p = C\rho^k \tag{2}$$

- *уравнение изэнтропической адиабаты* или равносильные зависимости

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k ; \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{k}{k-1}} ; \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{k-1}} \tag{3}$$

Здесь C - постоянная, выражающаяся через параметры начального состояния газа, $k = \frac{c_p}{c_v}$ - показатель изэнтропической адиабаты, c_p - теплоемкость при постоянном давлении, c_v - теплоемкость при постоянном объеме.

Для одноатомных газов $k = 1,66$, для двухатомных (воздух) $k = 1,40$, для многоатомных $k = 1,33$.

Теплоемкости воздуха при не слишком больших температурах:

$$c_p = 0,24 \frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot \text{град}} = 1003,2 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$$

$$c_v = 0,173 \frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot \text{град}} = 716 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$$

Скорость звука может быть вычислена по формулам

$$a = \sqrt{\frac{kp}{\rho}}; a = \sqrt{kRT}; \quad (4)$$

$$a = 20,1\sqrt{T} \text{ при } k = 1,4, R = 287 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}. \quad (5)$$

Важнейшим газодинамическим параметром является *число Маха* $M = \frac{V}{a}$ - отношение скорости движения газа к местной скорости звука в нем.

В расчете одномерных адиабатических течений идеального газа главную роль играет *уравнение сохранения энергии (Бернулли)*:

$$\frac{V^2}{2} + i = i_0, \text{ где } i \text{ - энтальпия; } [i] = \frac{\text{дж}}{\text{кг}}; \quad (6)$$

$$i = \frac{a^2}{k-1} = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} = \frac{kRT}{k-1}, \quad (7)$$

i_0 - энтальпия газа в заторможенном состоянии; соответственно T_0, p_0, ρ_0 - *параметры торможения потока*.

Полную энергию энергетически изолированного газа характеризует максимальная теоретическая скорость течения V_{\max} :

$$V_{\max} = \sqrt{2i_0} = \sqrt{\frac{2kRT_0}{k-1}}. \quad (8)$$

Для изэнтропических процессов уравнение (6) может быть записано в эквивалентных формах:

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2; \quad \frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (9)$$

Первая из формул (9) пригодна для расчета и неизэнтропических адиабатических течений.

Если скорость движения газа и местная скорость звука в газе совпадают по величине, то обе скорости носят название *критических*: $V_{kp} = a_{kp}$. Критическая скорость звука (или критическая скорость) может быть выражена через параметры торможения газа. В частности,

$$a_{kp} = \sqrt{\frac{2kRT_0}{k+1}}. \quad (10)$$

Параметры газа, скорость движения которого равна по величине местной скорости звука в газе, называются *критическими параметрами*.

Критическим параметрам соответствует число $M = 1$. Из формул (9) вытекает:

$$T_{kp} = \frac{2}{k+1} T_0; \quad p_{kp} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} p_0; \quad \rho_{kp} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_0. \quad (11)$$

При $k = 1,4$ имеем:

$$T_{kp} = 0,831T_0; \quad p_{kp} = 0,528p_0; \quad \rho_{kp} = 0,636\rho_0; \quad a_{kp} = 18,3\sqrt{T_0}.$$

Уравнение энергии применяется также в одной из следующих форм:

$$\tau = \frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2; \quad \pi = \frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}; \quad \varepsilon = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (12)$$

где $\lambda = \frac{V}{a_{kp}}$ - коэффициент скорости, τ, π и ε - газодинамические

функции (см. табл. 4).

При решении многих задач пользоваться коэффициентом скорости λ удобнее, чем числом M . Между числом λ и числом M имеется следующая связь (табл.4) :

$$\lambda^2 = \frac{\frac{k+1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}. \quad (13)$$

Практически важным примером течения газа, которое с хорошим приближением может считаться одномерным и изэнтропическим,

является расчетное его истечение из резервуара через сопло, когда давление на срезе сопла равно давлению во внешней среде, внутри сопла нет скачков уплотнения и в минимальном сечении сопла скорость газа равна скорости звука. При подсчете секундного расхода газа через сопло удобно пользоваться функцией $q(M)$ - приведенным секундным расходом:

$$q = \frac{\rho V}{\rho_{kp} a_{kp}} = \frac{F_{kp}}{F}, \quad (14)$$

где F_{kp} - площадь критического сечения сопла, F - площадь сечения, в котором достигается скорость V :

$$q = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} M \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-\frac{k+1}{2(k-1)}} \text{ или } q = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (15)$$

Значения $q(M)$ и $q(\lambda)$ приведены в табл.4.

При истечении газа через сужающееся (конфузорное) сопло секундный весовой расход рассчитывается по формуле:

$$G_t = B_G \frac{P_0}{\sqrt{T_0}} F q \left(\frac{P_a}{P_0}\right), \text{ если } \frac{P_a}{P_0} > \frac{P_{kp}}{P_0} \text{ и } G_t = B_G \frac{P_0}{\sqrt{T_0}} F, \text{ если } \frac{P_a}{P_0} \leq \frac{P_{kp}}{P_0}. \quad (16)$$

В формулах (16) F - площадь выходного сечения сопла; P_a -

давление во внешней среде, постоянная $B_G = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{g}{\sqrt{R}}}$; $B_G = 0,4$

при $k = 1,4$; $R = 287 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$; $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$.

В некоторых задачах весовой секундный расход вычисляется по формуле:

$$G_t = B_G \frac{P}{\sqrt{T_0}} F y(\lambda), \text{ где газодинамическая функция } y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)} \text{ (см. табл.)}$$

Массовый секундный расход $m_t = \frac{G_t}{g}$, причем если брать давление в $\frac{\text{н}}{\text{м}^2}$,

то расход получится в $\frac{\text{кг}}{\text{сек}}$: $m_t = B_m \frac{P_0}{\sqrt{T_0}} F q(\lambda) = B_m \frac{P}{\sqrt{T_0}} F y(\lambda)$,

где $B_m = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$; $B_m = 0,0405$ при $k = 1,4$ и $R = 287 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$.

Задачи 1-50

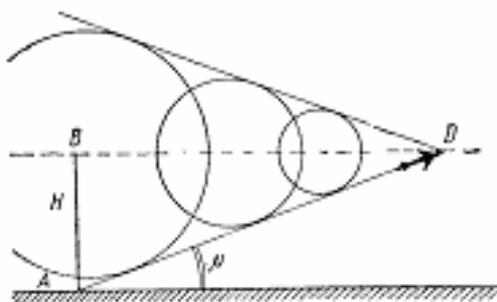


Рис. 1

1. Построить положения звуковой волны в момент времени $t = 1, 2, 3 \text{ сек}$ от ее возникновения для случаев, когда звук распространяется в среде, движущейся со скоростью: а) $V = 0$, б) $V = \frac{a}{2}$, в) $V = a$, г) $V = 2a$ (a - скорость звука). Определить положение огибающей звуковых волн.

2. Звук работы двигателя зарегистрирован через $2,15 \text{ сек}$ после пролета самолета над пунктом регистрации. Определить скорость полета, если высота $H = 1 \text{ км}$ (рис.1).

3. Определить максимальную скорость потока воздуха, при которой воздух можно рассматривать как несжимаемую жидкость, если допустимо пренебрегать изменениями его плотности до 1%. Параметры торможения – стандартные на уровне моря.

4. На высоте $H = 11000 \text{ м}$ самолет достиг скорости $300 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$. С какой скоростью происходит полет: с дозвуковой или со сверхзвуковой?

5. До и после изэнтропического сжатия в некотором объеме воздуха произведены измерения скорости звука. Определить порядок изменения плотности воздуха, если скорость звука возросла на 3%.

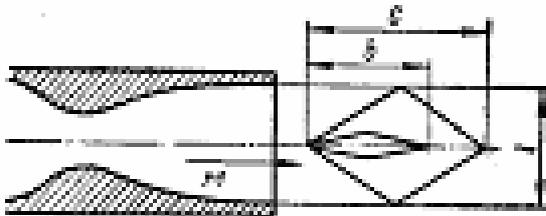


Рис. 2

6. В двух полетах на высоте $H = 12 \text{ км}$ махметр показывал число Маха полета $M = 2,1$. В первом полете температура воздуха отличалась от стандартной на $+15^\circ$, а в другом – на -15° . Найти разницу истинных воздушных скоростей в полетах.

отличалась от стандартной на $+15^\circ$, а в другом – на -15° . Найти разницу истинных воздушных скоростей в полетах.

7. Найти соотношение между шириной сверхзвуковой струи l , длиной модели тонкого тела b и числом M потока (рис.2), при котором будет корректной продувка модели. Условие корректности опыта. $b < c$.

8. Средняя по длине ЖРД температура продуктов сгорания $T_{cp} = 2000^\circ K$. Через какой промежуток времени Δt малое изменение в подаче топлива скажется на тяге двигателя, если длина двигателя от форсунок до среза сопла $L = 1500 \text{ мм}$, скорость истечения $V_{ист} = 2500 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$. Считать, что $k = 1,2$; $R = 294,3 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$.

9. Найти собственную акустическую частоту колебаний газового столба в камере сгорания ПВРД, длина которой $L = 1,5 \text{ м}$, если показатель адиабаты для продуктов горения $k = 1,35$; газовая постоянная $R = 289,4$; средняя температура газов $T_{cp} = 500^\circ K$.

10. В потоке воздуха без ударных волн махметр показывает в одной точке угол Маха $\mu_1 = 27,7^\circ$, в другой - $\mu_2 = 35,8^\circ$. Каково соотношение между статическими давлениями в этих точках?

11. По теневому фотоснимку обтекания иглы сверхзвуковым потоком воздуха измерен угол $\beta = 28^\circ$ между поверхностью слабой

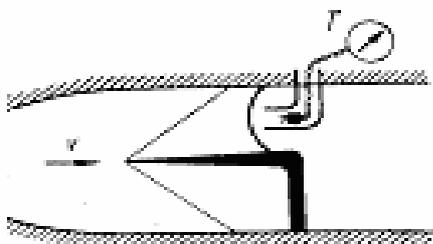


Рис. 3

конической волны и направлением невозмущенного потока (рис.3). Термопара, открытая навстречу потоку, показывает температуру $289^\circ K$. Найти скорость потока.

12. Температура движущегося газа $t = -169^\circ C$. Найти величину составляющей скорости газа, нормальной к линии Маха.

13. Найти скорость звука, числа M и λ для струи воздуха, вытекающей из баллона со скоростью, равной половине максимальной теоретической скорости истечения. Температура в котле $127^\circ C$.

14. Какие параметры (давление, температура) должен иметь воздух в форкамере сверхзвуковой трубы, чтобы при расчетном расширении он вытекал в атмосферу со скоростью $800 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ при

$t = -70^\circ\text{C}$? Каково при этом будет соотношение между плотностью воздуха в струи и плотностью при нормальных условиях?

Примечание. Здесь имеется в виду простейшая труба с соплом, открытым в атмосферу.

15. Какую максимальную скорость воздуха можно получить в сверхзвуковой трубе без подогрева, если учесть, что воздух сжимается при $T = 78^\circ\text{K}$?

16. Какой подогрев воздуха в баллоне при давлении $p_0 = 20\text{ата}$ надо обеспечить, чтобы получить при расчетном истечении в атмосферу скорость $700\frac{\text{м}}{\text{сек}}$?

17. По трубе, диаметр которой увеличивается от $d_1 = 1\text{см}$ до $d_2 = 1,8\text{см}$, течет поток воздуха, имеющий в первом сечении скорость $V_1 = 400\frac{\text{м}}{\text{сек}}$, давление $p_1 = 0,84\text{ата}$ и температуру $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Найти соотношение между числами Рейнольдса по диаметру трубки во втором и первом сечениях.

Указание: коэффициент вязкости вычислить по формуле

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^n, \text{ где } n = 0,76.$$

18. В сверхзвуковой трубе без подогрева с открытой рабочей частью моделируется обтекание натурального объекта, предназначенного для полета на высоте $H = 30\text{км}$ со скоростью $V_n = 3000\frac{\text{км}}{\text{час}}$.

Характерный линейный размер натуре $l_n = 5\text{м}$. Допустимый максимальный размер модели $l_m = 0,2\text{м}$. Какое давление в форкамере трубы обеспечивает правильное моделирование по числам M ? Какова при этом будет скорость потока воздуха в рабочей части? Как обеспечить Моделирование по числам M и Re ?

19. Статическое давление в закрытой рабочей части дозвуковой трубы, в сечении свободным от модели, равно нормальному атмосферному. Давление торможения в потоке $p_0 = 1,57\text{ата}$, температура торможения $T_0 = 288^\circ\text{K}$. Какое минимальное число Рейнольдса при этом может быть достигнуто по диаметру миделя осесимметричной модели,

скорости и плотности невозмущенного потока, если диаметр рабочей части трубы $D = 2\text{ м}$?

20. Сравнить секундные расходы и скорости истечения воздуха из баллона (в начальный момент), которые можно получить при расчетном расширении воздуха до атмосферного давления: 1) в случае, когда в баллоне $t_{10} = 15^\circ\text{C}$; $p_{01} = 10\text{ атм}$; 2) в случае изохорического подогрева воздуха до $t_{01} = 450^\circ\text{C}$ от тех же начальных параметров. Критические сечения сопел в обоих случаях одинаковые.

21. Решить предыдущую задачу, считая, что перед истечением воздух нагревается изобарически.

22. Найти порядок величины объемно секундного расхода воздуха при закритическом истечении через сопло с площадью критического сечения $F_{кр} = 0,1\text{ м}^2$, если термометр, помещенный в поток, показывает 15°C .

Примечание. Термометр, помещенный в поток газа, показывает температуру, весьма близкую к температуре торможения.

23. Воздух течет по трубе переменного сечения. Число Маха в первом сечении трубы $M_1 = 1$, а во втором сечении $M_2 = 2$. Каково соотношение между скоростями воздуха в первом и втором сечениях?

24. Как изменится кинетическая энергия единицы объема воздуха при движении по расширяющейся трубе с увеличением числа M от $M_1 = 1$ до $M_2 = 2$? Объяснить результат.

25. Найти соотношение мощностей, необходимых для работы аэродинамической трубы на одном и том же числе M , если рабочим газом служит: 1) воздух; 2) фреон, при одном и том же давлении (для фреона $k_\phi = 1,12$; $\rho_\phi = 4,18 \rho_\phi$). Мощность, необходимая для работы трубы, пропорциональна величине ρV^3 .

26. В аэродинамической трубе больших дозвуковых скоростей установлены два манометра (рис.4): I - спиртовый, вертикальный, измеряющий разность между давлениями в форкамере и в рабочем помещении, и II - ртутный, с наклоном трубки 30 градусов, измеряющий разность давлений в рабочей части трубы и в помещении.

Найти скорость потока, скорость звука, температуру и плотность воздуха в рабочей части, если первом манометре $\Delta h = 280\text{ мм}$, а во втором - $\Delta l = 692\text{ мм}$. Температура в форкамере $t = 17^\circ\text{C}$, давление в

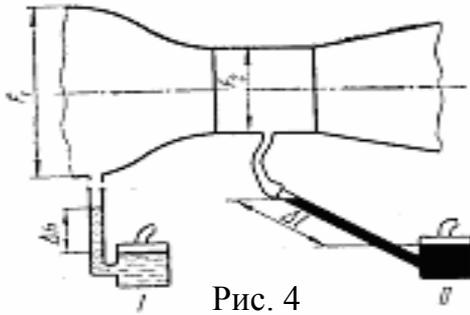


Рис. 4

рабочем помещении $p_a = 98066 \frac{\text{н}}{\text{м}^2}$.

Степень поджатия $\frac{F_1}{F_2} = 5$. Потери не

учитывать.

27. К трубке Пито, помещенной в дозвуковой поток воздуха, присоединены два U-образных ртутных манометра (рис.5). Разность уровней в манометре I:

$\Delta h_1 = 142 \text{ мм}$, в манометре II: $\Delta h_2 = 62 \text{ мм}$. Неподвижный термометр, омываемый потоком, показывает 20°C . Найти скорость потока; $p_0 > p_\infty > p$.

28. При каком показании Δh ртутного U-образного манометра, присоединенного к трубке полного напора (рис.6), свободная струя воздуха течет при числе $M = 0,5$?

29. Найти форму труб, в которых (при одномерной постановке задачи): а) скорость потока растет линейно вдоль оси: $V = nx$, б) температура падает линейно вдоль оси: $T = T_0 - tx$, массовый секундный расход m_t считать заданным

30. Вывести уравнение, определяющее закон повышения давления по длине дозвукового конического диффузора.

31. Вывести уравнение обвода $r(x)$ изоградиентного дозвукового диффузора ВРД.

Примечание. Изоградиентные диффузоры (те, для которых $\frac{dp}{dx} = const$) отличаются от конических более высокими коэффициентами восстановления давления.

32. Сопло Лаваля работает в докритическом режиме. В минимальном сечении сопла давление $p_1 = 0,8 \text{ ата}$. В среде, куда происходит истечение, давление $p_a = 1,0 \text{ ата}$. Площади минимального и выходного сечений сопла равны $0,1 \text{ м}^2$ и $0,15 \text{ м}^2$ соответственно. Определить безразмерные скорости в минимальном и выходном сечениях сопла.

33. Воздух истекает из баллона в атмосферу через конфузорное сопло с диаметром выходного сечения 3 см. В котле температура $t = 127^\circ C$ и давление $p_0 = 10 \text{ атм}$. Найти массовый секундный расход воздуха через сопло.

34. Найти площади входного и выходного сечений F_1 и F_2 дозвукового диффузора ВРД для полета при числе $\lambda_1 = 0,8$ на высоте $H = 2000 \text{ м}$, если: 1) максимальный секундный расход воздуха через диффузор $m_t = 200 \frac{\text{кг}}{\text{сек}}$; 2) на выходе из диффузора безразмерная скорость не должна превышать $\lambda_2 = 0,2$; 3) потерями полного давления пренебречь.

35. Подобрать площадь критического сечения сверхзвукового сопла, обеспечивающую секундный расход воздуха $m_t = 1 \frac{\text{кг}}{\text{сек}}$, если истечение расчетное, давление торможения $p_0 = 5 \text{ атм}$, температура торможения $t_0 = 15^\circ C$.

36. Вычислить массовый секундный расход воздуха через сопло Лаваля при следующих условиях: 1) площадь выходного сечения сопла $F_{\text{вых}} = 10 \text{ см}^2$; 2) давление торможения $p_0 = 1,3 \text{ атм}$; 3) температура торможения $T_0 = 288^\circ K$; 4) давление во внешней среде $p_a = 1,03 \text{ атм}$.

37. Задано соотношение площадей выходного и минимального сечений сопла $\frac{F_1}{F_{\text{мин}}} = 2$ (рис.7). При каких соотношениях давлений $\frac{p_a}{p_0}$ можно применить для расчета массового секундного расхода воздуха через сопло формулу

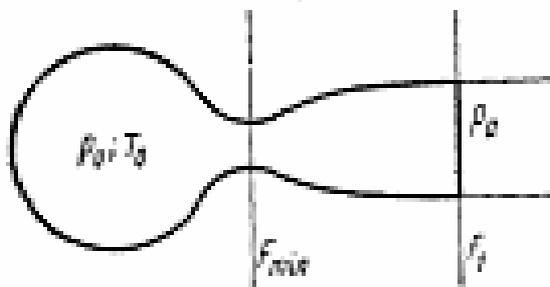


Рис. 7

$$m_t = 0,0405 \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \cdot F_{\text{мин}} = ?$$

38. Как изменится массовый секундный расход воздуха через сопло, если в условиях предыдущей задачи принять внешнее давление $p_a = 0,98 p_0$?

39. Оценить порядок объема баллонов τ_{σ} , необходимых для обеспечения работы в течении минимум 25сек сверхзвуковой трубы с открытой рабочей частью, на $M_1 = 1,5$; $M_2 = 2,0$; $M_3 = 2,5$. Площадь выходного сечения у всех сопел $F_{\text{вых}} = 0,009\text{м}^2$. Начальное давление в баллонах $p_{\sigma,н} = 150\text{ата}$.

Считать для упрощения: 1) на пуск и остановку трубы уходит 5сек (с полным расходом); 2) расширение воздуха в баллонах—изотермическое, при $T_0 = 290^\circ\text{K}$; 3) минимальное давление в баллонах $p_{\sigma,k}$ связано с p_0 (давлением в форкамере) соотношением $(p_{\sigma,k})_i = \frac{p_{0i}}{n}$, где $n = 0,4$ отражает потери полного давления между баллонами и форкамерой.

40. Из баллона объемом $\tau = 1\text{м}^3$ воздух вытекает в атмосферу через конфузорное сопло с площадью $F_{\text{вых}} = 0,5\text{см}^2$. Сколько времени будет продолжаться истечение с постоянным секундным объемным расходом, если начальное давление в баллоне $p_{0н} = 100\text{ата}$ и процесс понижения давления можно считать изотермическим при температуре 288°K ?

41. Воздух истекает адиабатически в атмосферу из баллона через конфузорное сопло. Процесс расширения воздуха в баллоне тоже адиабатический. Составить уравнение, отражающее зависимость весового секундного расхода от времени для закритического режима истечения и по условиям задачи 40 найти время закритического истечения.

42. Воздух вытекает из камеры через конфузорное сопло. Давление в камере $p_0 = 1,89\text{ата}$, давление во внешней среде $p_a = 1\text{ата}$. Как изменится реактивная сила R , испытываемая камерой, если камеру и сопло погрузить в воду на глубину 7.7м, при сохранении прежнего давления в камере?

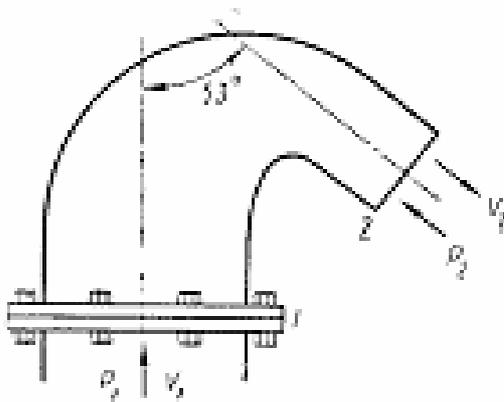


Рис. 8

43. По трубе (рис. 8) выбрасывается в атмосферу воздух с поворотом потока на 127° . В сечении 1 статическое давление $p_1 = 1,3 \text{ ата}$, в выходном сечении 2 давление $p_2 = 1,0 \text{ ата}$. Площадь первого сечения $F_1 = 1 \text{ м}^2$, площадь выходного сечения $F_2 = 0,5 \text{ м}^2$. Температура торможения воздуха $T_0 = 289^\circ \text{ К}$.

Пренебрегая потерями, определить R – результирующую силу потока, действующую на воздуховод между сечениями 1 и 2, и $R_{раз}$ – суммарную разрывающую силу, действующую на болты крепления воздуховода к фланцу.

44. ЖРД при расчетном истечении должен дать на уровне земли тягу $P = 50 \text{ т}$. В камере сгорания $T_0 = 2700^\circ \text{ К}$, давление $p_0 = 30 \text{ ата}$, $k = 1,25$; $R = 344 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$. Найти скорость истечения V_r , удельную тягу $P_{уд}$, весовой секундный расход G_t , размеры сопла (угол конусности 24 град).

45. Какую максимальную температуру должна выдерживать обшивка корпуса ракеты при полете в стратосфере со скоростью $V = 3816 \frac{\text{км}}{\text{час}}$?

46. Зарегистрированный рекорд скорости полета самолета 1956г., достигнутый на высоте 11600 м, составляет $1882 \frac{\text{км}}{\text{час}}$. Определить температуру обшивки крыла самолета, пользуясь понятием коэффициента восстановления температуры. Ввиду малой толщины крыльев считать местное число Маха равным числу Маха полета.

47. Найти динамическую добавку давления в носовой точке фюзеляжа самолета, летящего при $M = 0,7$ на уровне земли. Определить ε - ошибку, которая получится, если определять $p_{дин}$ без учета сжимаемости воздуха.

48. Дать приближенную оценку относительному приращению скорости в точке крыла, где относительное уменьшение давления составляет 10%. Крыло обтекается потоком при $M_\infty = 0,6$ (рис.9).

Указание: использовать линейризованное уравнение Бернулли.

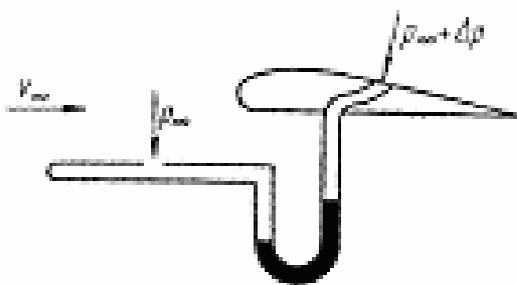


Рис. 9

49. Рассмотреть аналогию между одномерным течением газа и потоком жидкости по горизонтальному каналу, форма поперечного сечения которого задана соотношением $y = f(x)z^{1,5}$. Здесь $f(x)$ – функция, характеризующая изменение площади поперечного сечения канала вдоль его оси; z – вертикальная, y – горизонтальная координаты.

1. Определить, какому газу соответствует рассматриваемая аналогия.
- 2.

Установить соответствие между плотностью, давлением, температурой газа, местной и критической скоростью звука в газе и местным уровнем жидкости в канале.

50. Газогидравлическая аналогия (см. предыдущую задачу), осуществленная в канале с сечением прямоугольной формы, позволяет найти параметры одномерного течения, так называемого гипотетического газа, показатель изэнтропы которого $k_{гип} = 2$. В некотором сечении канала гипотетический газ имеет число Маха $M_{гип} = 3$. Найти число Маха одномерного течения воздуха, в соответствующем сечении газоведа.

§2. ТЕЧЕНИЯ ГАЗА С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

Торможение плоского сверхзвукового потока газа происходит посредством так называемых *скачков уплотнения*. Скачки уплотнения приближенно могут считаться поверхностями разрыва параметров потока.

Торможение потока газа на скачке уплотнения является адиабатическим, но неизэнтропическим процессом. На скачке уменьшаются: число M , число λ ; увеличиваются: плотность, давление, температура.

Из параметров торможения не терпит разрыва на скачках температура торможения T_0 и связанные с нею $V_m, a_0, a_{kp}, i_0, \frac{p_0}{\rho_0}$. Давление

торможения и плотность торможения уменьшаются на скачках. Величина

$\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}$ - коэффициент восстановления давления, характеризует

собой необратимые потери механической энергии на скачке. (Здесь и в дальнейшем индексом «1» отмечаются параметры потока газа до скачка, а индексом «2» – после скачка).

Плоские поверхности разрыва, нормальные к направлению скорости невозмущенного потока, называются *прямыми скачками уплотнения*. Направление потока газа не изменяется при переходе через прямой скачок.

Основные теоремы механики для элемента газа на прямом скачке следующие:

уравнение сохранения массы:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2, \quad (1)$$

уравнение изменения количества движения:

$$\rho_1 V_1^2 - \rho_2 V_2^2 = p_2 - p_1, \quad (2)$$

уравнение энергии:

$$\frac{V_1^2}{2} + i_1 = \frac{V_2^2}{2} + i_2 = i_0. \quad (3)$$

Из уравнений (1), (2), (3) следует *основное соотношение теории прямого скачка*:

$$V_1 V_2 = a_{kp}^2 \quad \text{или} \quad \lambda_1 \lambda_2 = 1. \quad (4)$$

Давления и плотности до и после скачка связаны формулой:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{k+1}{k-1} \frac{p_1}{p_2}}{\frac{k+1}{k-1} \frac{p_1}{p_2} + 1} \quad (\text{ударная адиабата}). \quad (5)$$

Для чисел Маха имеем

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}{kM_1^2 - \frac{k-1}{2}}. \quad (6)$$

Коэффициент восстановления давления торможения σ в функции от числа M_1 до скачка:

$$\sigma = \left[\frac{2}{(k+1)M_1^2} + \frac{k-1}{k+1} \right]^{-\frac{k}{k-1}} \left(\frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \right)^{-\frac{k}{k-1}} \quad (7)$$

или в функции от числа λ_1 :

$$\sigma = \lambda_1^2 \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{1}{\lambda_1^2}} \right]^{\frac{1}{k-1}}. \quad (8)$$

Коэффициент восстановления давления торможения выражается через приведенный секундный расход $q(\lambda)$:

$$\sigma = \frac{q(\lambda_1)}{q(\lambda_2)} = \frac{q(\lambda_1)}{q\left(\frac{1}{\lambda_2}\right)} = \frac{q\left(\frac{1}{\lambda_2}\right)}{q(\lambda_2)}. \quad (9)$$

Статические давления и плотности на скачке подчиняются соотношениям:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{k+1}{2} M_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}. \quad (10)$$

Отношение давления торможения после скачка к статическому давлению до скачка определяется *формулой Рэлея* через число M_1 до скачка:

$$\frac{p_{02}}{p_1} = \left(\frac{k+1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (11)$$

Задачи 51 – 92

51. В потоке воздуха с нормальными параметрами $p = 1,03 \text{ ата}$, $T = 288^\circ \text{ К}$ при числе Маха $M_1 = 1,5$ возник прямой скачок уплотнения. Найти порядок толщины скачка δ , предположив, что вязкостное нормальное напряжение на толщине скачка имеет порядок перепада давления на скачке.

52. Сравнить увеличение плотности: 1) при ударном и 2) изэнтропическом сжатии воздуха, если в том и в другом случаях давление возрастает в 10 раз. Объяснить разницу.

53. Допустимая ошибка в вычислении давления за скачком уплотнения составляет 1% от давления в невозмущенном потоке воздуха. При каком максимальном относительном изменении плотности можно пользоваться изэнтропической адиабатой вместо ударной для вычисления давления?

54. Температура воздуха в форкамере сверхзвуковой трубы $T_0 = 288^\circ \text{ К}$. Поток на срезе сопла трубы имеет скорость $V_1 = 530 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ и обтекает препятствие с образованием прямого скачка. Найти V_2 - скорость воздуха после скачка.

55. Скорость воздуха, замеренная после прямого скачка $V_2 = 280 \frac{м}{сек}$. Термопара в кожухе (рис. 10) показала температуру $+77^\circ C$. Найти температуру воздуха в потоке до скачка.

56. Найти величины максимально возможных на прямом скачке уплотнения: 1) уменьшения скорости; 2) относительного изменения количества движения массы воздуха, протекающей через единичную площадь на скачке за единицу времени.

57. Интерферограмма показывает рост плотности на прямом скачке в два раза. При каком числе λ_1 возник скачок уплотнения? Как изменится кинетическая энергия единицы объема газа на скачке?

Примечание. Интерферометр – прибор, позволяющий оптическим способом определить плотность газа в различных точках потока.

58. При переходе воздуха через скачок уплотнения давление торможения уменьшилось в 5,2 раза, статическое давление увеличилось в 15 раз, температура увеличилась в 3,46 раза. Как изменится плотность потока и плотность торможения потока на скачке? Как изменится объемная

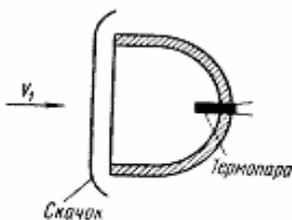


Рис. 10

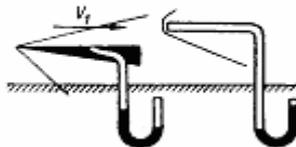


Рис.11

плотность полной энергии (полная энергия единицы объема газа) плотностью заторможенного газа при пере-

ходе его через скачок?

59. Воздух на расчетном режиме истекает из баллона, где он имеет температуру $16^\circ C$, через сопло с отношением площадей выходного и критического сечений $\frac{F_{вых}}{F_{кр}} = 4.23$. Найти скорость, которую поток будет иметь, пройдя прямой скачок?

60. Давление, измеренное в сверхзвуковом потоке трубкой полного напора, в 12 раз больше давления, измеренного на щеке клина (рис. 11). Найти коэффициент восстановления давления торможения σ в прямом скачке.

61. Подсчитать давление p_{02} в камере ВРД самолета, летящего на высоте $H = 10000\text{ м}$ со скоростью $V = 2160 \frac{\text{км}}{\text{час}}$, при наличии прямого скачка на входе, и давление p_{01} , которое получилось бы в камере, если бы торможение было изэнтропическим.

62. Интерферограмма показывает рост плотности воздуха на скачке уплотнения в 3,81 раза. Найти коэффициент восстановления давления торможения на скачке.

63. Измерения в простом сверхзвуковом диффузоре (после прямого скачка на входе; рис. 12) дали скорость воздуха $V_2 = 260 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ и температуру торможения $T_0 = 400^\circ \text{ К}$. Определить коэффициент восстановления давления торможения на входе в диффузор.

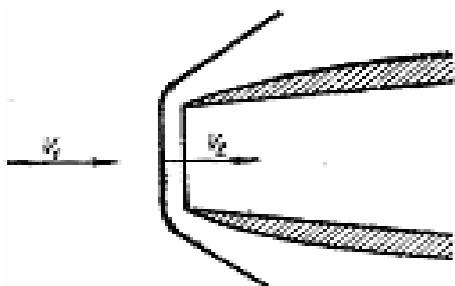


Рис. 12

64. Как изменится коэффициент восстановления давления торможения на прямом скачке, если число Маха потока до скачка $M_1 \gg 1$ увеличить вдвое?

65. Какое число Маха до прямого скачка нельзя превысить, чтобы на скачке потери давления торможения в газе не превосходили одного процента? Показатель адиабаты газа $k = 1,3$.

66. Воздух истекает из сопла

при числе Маха $M_1 = 2,5$ под действием давления в форкамере

$$p_{01} = 1 \text{ бата}$$

(см. рис. 13). Температура в форкамере

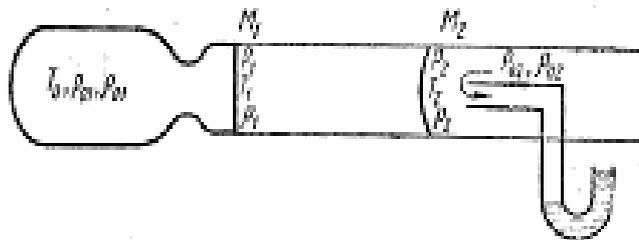


Рис.13

$T_0 = 288^\circ K$. Расширение воздуха расчетное. Определить $p_1, M_2, p_2, p_{02}, \sigma, T_1, T_2, \rho_1, \rho_2, \rho_{01}, \rho_{02}$.

67. Определить скорость сверхзвукового потока, текущего при температуре $t = -50^\circ C$ и давление $p = 1 \text{ ата}$, если давление в критической точке трубки Пито равно 12 ата .

68. Трубка полного напора, установленная на самолете, показывает на высоте 15000 м абсолютное давление $71100 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Найти скорость полета.

69. Температура торможения, замеренная в полете на высоте 4000 м , оказалось равной $t_0 = 107^\circ C$. Определить число Маха M_1 и скорость полета V_1 , число Маха M_2 и относительную скорость воздуха за прямым скачком впереди крыла V_2 , значение критической скорости $a_{кр}$ и давление в критической точке крыла p_{02} .

70. В расширяющейся части сверхзвукового сопла (рис 14) возник прямой скачок уплотнения, в котором скорость воздуха падает с $V_1 = 600 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ до $V_2 = 200 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$. В некотором сечении сужающейся части сопла скорость $V^{(1)} = V_2$. Сравнить статические давления $p^{(1)}$ и p_2 в тех сечениях до и после скачка, где скорости равны.

71. В расширяющейся части сверхзвукового сопла возник прямой скачок уплотнения, в котором статическое давление возрастает в 6 раз. В некотором сечении сопла до скачка давление $p^{(1)} = p_2$ (см. рис. 14). Сравнить скорости $V^{(1)}$ и V_2 в тех сечениях до и после скачка, где скорости равны.

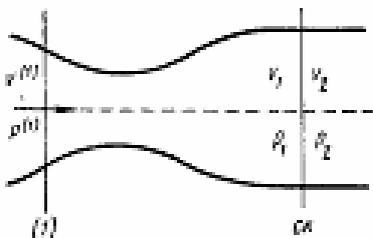


Рис. 14

72. Самолет летит на высоте

$$H = 5000 \text{ м} \text{ со скоростью } V = 1500 \frac{\text{км}}{\text{час}}$$

1. Какова скорость самолета относительно частиц воздуха, по которым только что прошла прямая ударная волна, вызванная

носовой частью фюзеляжа? 2. Какова абсолютная (по отношению к земле) скорость спутного движения воздуха вслед за волной?

73. Найти соотношения между скоростью спутного движения за прямой ударной волной и скоростью N распространения волны в непод-

вижном воздухе в случаях: 1) $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1,01$; 2) $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2$; 3)

$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)_{\max}$. Зависимость теплоемкости от температуры не учитывать.

74. Вычислить скорость спутного движения воздуха за фронтом прямой ударной волны, если избыточное давление за волной на уровне земли составляет $1,32 \text{ атм}$.

75. При каком соотношении давлений $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ скорость спутного движения за прямой ударной волной, распространяющейся в воздухе при нормальных атмосферных условиях, будет достигать $100 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$.

76. Перед поршнем, движущимся в трубе с постоянной скоростью $u_{II} = 400 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$, возникла ударная волна. Правый конец трубы (рис. 15) открыт в атмосферу. Найти N – скорость волны относительно стенок трубы и скорость волны относительно поршня.

77. Во сколько раз скорость распространения волны сжатия будет превосходить скорость движения поршня в трубе (см. рис. 15), если плотность газа возрастает на волне в три раза?

78. Статическое давление за фронтом плоской ударной волны, распространяющейся в неподвижном воздухе на уровне земли, 100 атм . Найти температуру воздуха за фронтом волны.

79. Определить порядок скорости распространения плоской ударной волны в воздухе на уровне земли, если за фронтом волны зарегистрировано давление 30 ата .

80. Сравнить N – скорость распространения сильной ударной волны в воздухе на уровне земли при нормальных атмосферных услови-

ях, со скоростью звука a_1 перед ударной волной и a_2 - за ударной волной, если за фронтом ударной волны давление 20 атм .

81. В ударной трубе по аргону, имеющему температуру 288° K , распространяется ударная волна. 1. При каком соотношении давлений в камерах трубы скорость распространения волны в два раза больше скорости звука в неподвижном аргоне? 2. Какова скорость спутного движения частиц аргона за волной в условиях пункта 1? $k_{\text{арг}} = 1,67$;

$$R_{\text{арг}} = 208 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}.$$

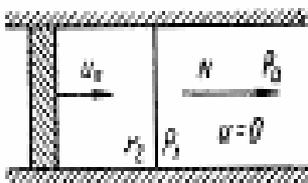


Рис. 15

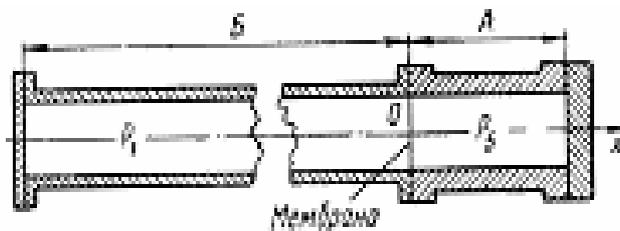


Рис. 16

82. В камере A ударной трубы (рис. 16) давление $p_5 = 55,2 \text{ атм}$; в камере B давление $p_1 = 0,1 \text{ атм}$. В обеих камерах находится воздух при температуре $T_1 = T_5 = 289^\circ \text{ K}$. Рассчитать и изображать в координатах (x, t) распад разрыва давления. Построить эпюры давления, температуры и скорости газа через $0,003 \text{ с}$ после разрушения диафрагмы. Отражение волн от концов трубы не рассматривать.

83. Плоская ударная волна падает по нормали на твердую стенку (рис.17). Между стенкой и волной неподвижный воздух имеет температуру $T_1 = 288^\circ \text{ K}$; давление $p_1 = 1 \text{ атм}$. За волной, в спутном потоке давление $p_2 = 10 \text{ атм}$. Найти N_1 - скорость движения падающей волны по отношению к стенке и давление на стенке после отражения волны.

84. На основании формулы Измайлова-Крюссера (см. решение предыдущей задачи) оценить величину избыточного давления за отраженной от стенки плоской волной (рис.17), по сравнению с избыточным давлением за падающей волной.

$$P = \frac{p_3 - p_1}{p_2 - p_1}$$

Задачу решить в предельных случаях весьма слабой и весьма сильной ударных волн.

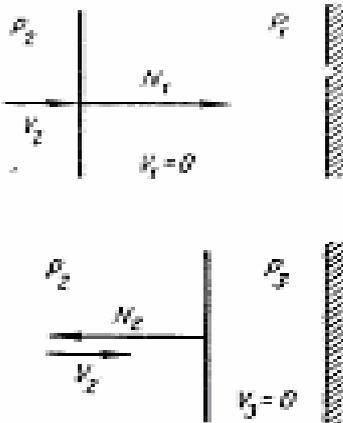


Рис. 17

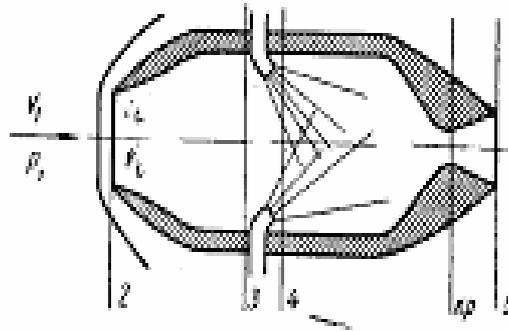


Рис. 18

85. Провести приближенный газодинамический расчет прямого ВРД с простым входом (прямой скачок уплотнения на входе в двигатель) в полете со скоростью $V_1 = 510 \frac{м}{сек}$, при температуре окружающего воздуха $t_1 = 12^\circ C$ и давление $p_1 = 0,92 атм$. Конструктивные параметры двигателя (рис. 18): диаметр входного сечения $d_2 = 480 мм$, диаметр камеры сгорания $d_4 = 800 мм$. Сгорание топлива происходит при постоянном давлении и вызывает в сечении 4 рост температуры смеси на 1800° . В области 2-3 считать показатель адиабаты $k = 1,4$, в области 4-5 считать $k = 1,33$.

Найти: а) V_2 и p_2 - скорость и давление воздуха со скачком; б) V_3 , p_3 , T_3 - скорость, давление и температуру воздуха перед впрыском горючего; в) V_4 и p_4 - скорость и давление газов после сгорания топлива; г) площадь критического сечения сопла $F_{кр}$, площадь выходного сечения сопла F_5 , скорость истечения газа V_5 ; д) тягу двигателя P .

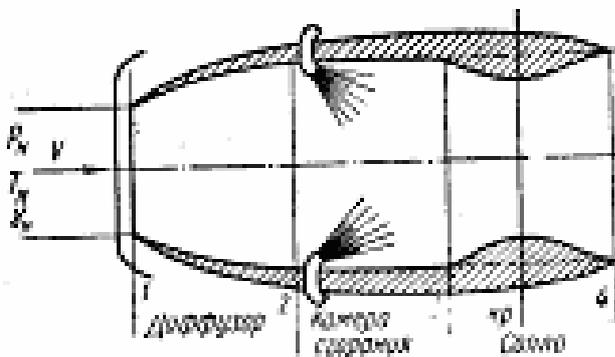


Рис. 19

Указание: для упрощения считать: 1) что топливо сгорает мгновенно в сечении 4, не вызывая повышение давления; 2) что весовой секундный расход топлива мал по сравнению с весовым секундным расходом воздуха через двигатель.

86. Провести газодинамический расчет ПВРД для полета на высоте $H = 10 \text{ км}$ со скоростью $V = 500 \text{ м/с}$.

Исходные данные: диффузор с простым входом

(рис. 19); площадь входного сечения диффузора $F = 1 \text{ м}^2$; на выходе из диффузора скорость воздуха $V_2 = 100 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$; камера сгорания цилиндри-

ческая; подогрев происходит при постоянном давлении; для сгорания 1 кг горючего необходимо $L = 15 \text{ кг}$ воздуха; коэффициент избытка воздуха $\alpha = 1,8$. Площадь выходного сечения сопла равна площади внутреннего миделя. Истечение из сопла расчетное. Давление на срезе равно внешнему давлению на заданной высоте.

Определить: 1) площади $F_2 = F_3 = F_{\text{мид}}, F_{\text{кр}}$; 2) давления P_1, P_2, P_{01}, P_{0H} ; 3) температуры T_{0H}, T_{03} ; 4) секундный расход топлива G_t ; 5) тягу двигателя P .

Указание: Расчет до сечения 3 вести, принимая $k = 1,4$ от сечения 3 до сечения 4 считать $k = 1,33$.

87. Сравнить весовые секундные расходы воздуха в двух аэродинамических сверхзвуковых трубах с одинаковыми соплами, рассчитанными на число $M = 2$. Первая труба с открытой рабочей частью, выходное сечение которой замыкает прямой скачок уплотнения (рис. 20).

88. 1. Найти минимально возможное соотношение между площадями горла сверхзвукового диффузора и рабочей части аэродинамической трубы, при котором в рабочей части будет сверхзвуковое течение с числом Маха $M = 2$, а перед входом в диффузор имеется прямой скачок уплотнения— момент перед запуском диффузора (рис. 21).

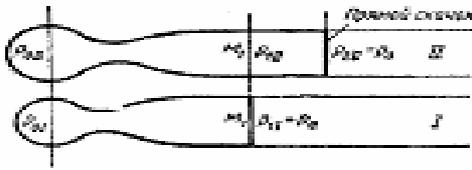


Рис. 20

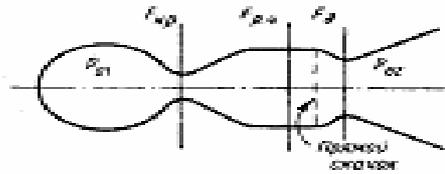


Рис. 21

89. Пользуясь условиями и результатами задач 115 и 116, сравнить давление в форкамере, необходимые для расчетной работы сверхзвуковых труб I и II задачи 115 и трубы III, схема и условия которой видны на рис. 22. Решить с помощью таблиц газодинамических функций.

90. Найти при каком соотношении давлений p_{01} / p_a (см. рис.23) прямой скачок уплотнения будет находиться в сечении сопла, площадь которого равна 0,7 от площади выходного сечения и 1,7 от площади критического сечения. Сравнить с p_{0II} задачи 117. Решить с помощью таблиц газодинамических функций.

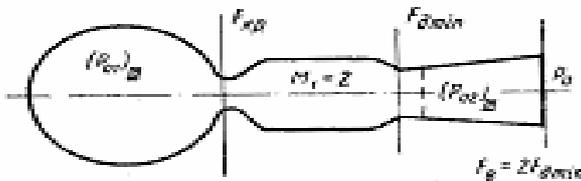


Рис.22



Рис. 23

91. Сверхзвуковое сопло рассчитано на получение потока воздуха с безразмерной скоростью $\lambda_{IC} = 2,0$. В рамках одномерной теории найти относительную площадь (по отношению площади критического сечения) сечения, в котором находится прямой скачок уплотнения, если давление в камере перед соплом $p_{10} = 2,0 \text{ ата}$, а в среде, куда истекает воздух из сопла, $p_a = 1,0 \text{ ата}$.

92. Сопло Лавалья имеет коническую сверхзвуковую часть с углом раствора $\theta = 10^\circ$. Диаметр выходного сечения сопла в два раза больше диаметра критического сечения. Допустив, что нерасчетный режим истечения характеризуется наличием одного прямого скачка в конической части сопла и безотрывным течением воздуха после скачка, найти в рамках одномерной теории зависимость положения скачка от перепада давления в камере и во внешней среде.

§ 3. РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА С УЧЕТОМ ТРЕНИЯ. ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ПРИ НАЛИЧИИ ЭНЕРГООБМЕНА

В первой части параграфа рассмотрены простейшие задачи о течениях газа в трубах с учетом трения и других потерь, без теплообмена с внешней средой (задачи 93 - 105). Качественные выводы о влиянии трения и изменения сечения газоведа на скорость одномерного потока газа в этом случае могут быть сделаны на основании уравнения:

$$\left(\lambda^2 - 1\right) \frac{d\lambda}{\lambda} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right) \frac{dF}{F} - \zeta \frac{k}{k+1} \lambda^2 d\bar{x}, \quad (1)$$

где λ , F и \bar{x} - соответственно коэффициент скорости газа, площадь поперечного сечения и координата данного сечения трубы, ζ - коэффициент сопротивления трубы.

Для адиабатического течения газа в цилиндрической трубе скорость подчинена уравнению:

$$\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda^2} - \ln \frac{\lambda^2}{\lambda_1^2} = \chi, \quad (2)$$

которое является интегралом уравнения (1) при $dF = 0$ и $\zeta = const$.

В уравнении (2) λ_1 - коэффициент скорости в начальном сечении трубы, $\chi = \frac{2k}{k+1} \zeta \bar{x}$ - приведенная длина трубы. Скорость газа на входе определяет величину

$$\chi_{\max} = \frac{1}{\lambda_1^2} - 1 - \ln \frac{1}{\lambda_1^2}. \quad (3)$$

Пусть $\lambda_1 < 1$. Тогда, если

$$\chi = \chi_{\max}, \text{ то } \lambda = 1;$$

$$\chi < \chi_{\max}, \text{ то } \lambda < 1;$$

$$\chi > \chi_{\max}, \text{ то течение с числом } \lambda_1$$

на входе невозможно.

Пусть $\lambda_1 > 1$. Тогда, если

$$\chi = \chi_{\max}, \text{ то } \lambda = 1;$$

$$\chi < \chi_{\max}, \text{ то } \lambda > 1;$$

$$\chi > \chi_{\max}, \text{ то торможение посредством скачков}$$

уплотнения приведет к $\lambda = 1$ на выходе.

В ряде задач учет потерь механической энергии на трение и расширение вводится формально путем задания величины коэффициента

восстановления давления торможения $\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}}$. Конечно, определение

величины σ представляет собой в каждом случае самостоятельную задачу и рассмотрено здесь лишь в двух задачах (101 и 102).

Во второй части параграфа (задачи 106-118) рассматриваются одномерные течения газа, происходящие либо с добавлением энергии извне (подогрев, работа компрессора), либо с отводом энергии во внешнюю среду. Качественная сторона задач такого типа описывается уравнением:

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = \frac{dF}{F} = \frac{k-1}{a^2} dQ - \frac{k}{a^2} dL, \quad (4)$$

где dQ - тепло, сообщаемое газу или отнимаемое у него; dL - механическая работа, совершаемая газом ($dL > 0$), или работа, совершаемая над газом ($dL < 0$).

Для течений с подводом и отводом тепла в цилиндрических трубах имеет место следующие зависимости между параметрами потока газа:

уравнение неразрывности:

$$\rho V = \text{const } t; \quad (5)$$

уравнение сохранения полного импульса:

$$p + \rho V^2 = \text{const} \quad (6)$$

и следствия из уравнений (5), (6):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2}, \quad (7)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} \right)^2, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \frac{1 + kM_2^2}{1 + kM_1^2}, \quad (8,9)$$

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2} \left(\frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} \right)^2. \quad (10)$$

Задачи 103 - 107 иллюстрируют применение теоремы импульсов к расчету результирующих сил, действующих на газопроводы.

Теорема импульсов может быть применена либо в векторной форме:

$$\bar{R} = \bar{p}_1 F_1 + \bar{p}_2 F_2 + m_t \left(\bar{V}_1 - \bar{V}_2 \right), \quad (11)$$

либо (для труб с прямолинейной осью) в одной из скалярных форм:

$$R = \left(\frac{k+1}{2k} a_{кр} m_t z \right)_2 - \left(\frac{k+1}{2k} a_{кр} m_t z \right)_1; \quad (12)$$

$$R = (p_0 F f)_2 - (p_0 F f)_1; \quad R = \left(\frac{pF}{r} \right)_2 - \left(\frac{pF}{r} \right)_1. \quad (13,14)$$

Здесь $f(\lambda)$ и $r(\lambda)$ - газодинамические функции, содержащиеся в табл. 9.

Если обозначить *полный секундный импульс газа* в данном сечении $m_t V + pF = J$, то физический смысл и выражения функций z , f и r будут следующие:

$$z = 2 \frac{J}{J_{кр}} = \lambda + \frac{1}{\lambda}; \quad (15)$$

$$f = \frac{J}{p_0 F} = \left(1 + \lambda^2 \right) \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad (16)$$

$$r = \frac{pF}{J} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2}{1 + \lambda^2}. \quad (17)$$

Теорема импульсов в некоторых задачах применяется в виде теоремы сохранения полного импульса, т. е. при $\bar{R} = 0$.

Задачи 93 – 119

93. В трубу длиной $\bar{x} = 100$ калибров воздух втекает с безразмерной скоростью $\lambda_1 = 0,4$. Приняв коэффициент трения $\zeta = 0,015$, определить режим истечения из трубы ($\lambda > 1$).

94. Найти длину трубы, из которой воздух будет истекать со скоростью звука, если на входе в трубу безразмерная скорость $\lambda_1 = 0,6$; $\zeta = 0,015$.

95. Найти максимальную дозвуковую безразмерную скорость, которая может быть реализована на входе в трубу длиной $\bar{x} = 91$, если $\zeta = 0,015$.

96. Поток воздуха входит в трубу $\bar{x} = 50$ калибров. Найти минимальную сверхзвуковую скорость на входе, при которой в трубе появится скачок уплотнения. Считать $\zeta = 0,015$.

97. Поток воздуха на входе в цилиндрическую трубу длиной $\bar{x} = 45$ калибров имеет безразмерную скорость $\lambda_1 = 1,9$. Предположив, что в трубе имеется один прямой скачок уплотнения, найти его координату $\bar{x}_{ск}$. Считать $\zeta = 0,015$.

98. В начальном сечении цилиндрической трубы манометр, присоединенный к трубке полного напора, показывает избыточное давление $\Delta h_{01} = -5 \text{ мм рт. ст.}$. Показание манометра, присоединенного к отверстию стенки $\Delta h_1 = -189 \text{ мм рт. ст.}$. Барометрическое давление 760 мм рт. ст. . Найти безразмерную скорость потока воздуха в том сечении, где благодаря потерям на трение избыточное давление упало до $\Delta h_2 = -284 \text{ мм рт. ст.}$

99. В какую сторону от минимального сдвигается критическое сечение сопла, если процесс истечения считать адиабатическим, но учитывать влияние трения?

100. На входе в диффузор статическое давление $p_1 = 1,82 \text{ ата}$, давление торможения $p_{01} = 2 \text{ ата}$. Найти безразмерную скорость воздуха в выходном сечении диффузора, если отношение площади входа $\frac{F_2}{F_1} = 1,5$ и потери энергии на трение и расширение характеризуются

падением давления торможения $\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,96$.

101. Воздух течет через сопло Лавала с дозвуковой скоростью. Площадь выходного сечения сопла F_2 в 1,7 раза больше площади минимального сечения F_1 . Трубкой полного напора в выходном сечении определено давление $p_{02} = 1,085 \text{ ата}$. В минимальном сечении через отверстие в стенке измерено давление $p_1 = 0,978 \text{ ата}$.

Определить коэффициент восстановления давления торможения между минимальным и выходным сечениями.

102. Определить потери давления торможения в потоке воздуха при внезапном расширении трубы от сечения с площадью $F_1 = 0,1 \text{ м}^2$ до сечения $F_2 = 0,16 \text{ м}^2$, если в узкой части трубы $\lambda_1 = 0,7$. Найти скорость потока в широкой части трубы. Трение не учитывать.

103. Конический переходник 1-2 (рис. 24) соединяет трубы диаметром $D_1 = 357 \text{ мм}$ и $D_2 = 564 \text{ мм}$. В сечении 1 давление торможения $p_{01} = 3 \text{ ата}$, а безразмерная скорость $\lambda_1 = 0,8$. Найти R – силу воздействия на фундамент в сечении 1, возникающую за счет течения воздуха по переходнику. Потери давления торможения отразить, положив $\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,95$.

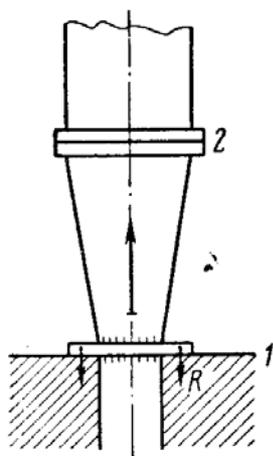


Рис 24

104. Определить результирующую силу давления, действующую на выхлопной патрубок (рис.25), по которому воздух из емкости выводится в атмосферу с поворотом на 90° . В начальном

сечении патрубка скорость воздуха $V_1 = 222 \frac{м}{сек}$, температура торможения $T_0 = 289^\circ K$, коэффициент восстановления давления торможения $\sigma = 0.94$. Площадь поперечного сечения трубка F постоянна и равна $0,1 м^2$. Внешнее давление $p_a = 1,03 атм$.

105. Определить результирующую силу, действующую на внутренние стенки дозвукового диффузора ВРД в полете на высоте $8000 м$ со скоростью $650 \frac{км}{час}$. Диаметр входа $D_1 = 0,76 м$; диаметр выхода $D = 1,705 м$ (рис.57). Коэффициент восстановления давления торможения $\sigma = 0,97$.

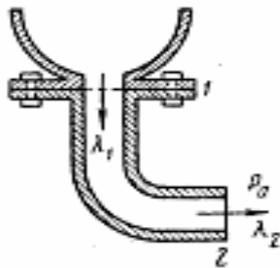


Рис. 25

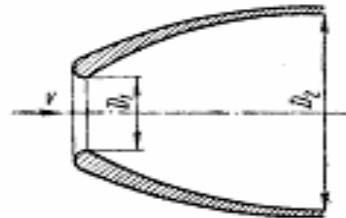


Рис. 26

106. Найти реакцию потока газа на стенки канала ПВРД при скорости полета $V = 2000 \frac{км}{час}$ на высоте $H = 11 км$. Площадь потока, захватываемого двигателем, $F = 0,7 м^2$, температура торможения газов на выходе из двигателя $2000^\circ K$; $k = 1,3$. Принять $\lambda_{вых} = 0,98 \lambda_{вх}$.

107. Найти реакцию потока воздуха (в расчете на кг/с) на стенки трубы, если при входе в трубу скорость потока $V_1 = 280 м/с$, температура $t_1 = 0^\circ C$. Выходя из трубы, воздух течет со скоростью $V_2 = 560 \frac{м}{сек}$, и температурой торможения $t_{02} = 1427^\circ C$.

108. При движении газа по соплу ЖРД происходит догорание топлива. Как влияет выделяющееся при этом тепло на положение критического сечения по отношению к минимальному сечению сопла?

109. Скорость газа, текущего по цилиндрической трубе, возрастает от $V_1 = 100 \frac{м}{сек}$ до $V_2 = 300 \frac{м}{сек}$ за счет подогрева. Найти величину понижения давления в газе. Если плотность газа до подогрева

$$\rho_1 = 2,4 \frac{кг}{м^3}.$$

110. Температура газа, текущего по цилиндрической трубе с малой дозвуковой скоростью ($M \ll 1$), возрастает в 10 раз за счет подогрева. Найти соотношение между числами Маха и скоростями в начале и в конце участка подогрева.

Указание: воспользоваться асимптотической оценкой $M(T)$ при $M \rightarrow 0$.

111. Показать, что при подогреве газа, текущего по цилиндрической трубе с большой сверхзвуковой скоростью ($M \gg 1$), скорость газа изменяется весьма слабо.

112. Выяснить характер зависимости давления в газе от температуры при подогреве газа, движущегося по цилиндрической трубе, для двух случаев: 1) $M \ll 1$ и 2) $M \gg 1$.

113. На входе в цилиндрическую подогревательную трубу поток воздуха имеет температуру торможения $T_{01} = 300^\circ K$ и безразмерную скорость $\lambda_1 = 0,5$. Найти температуру торможения T_{02} после подогрева, обеспечивающую на выходе из трубы скорость $\lambda_2 = 0,9$.

Указание: использовать газодинамическую функцию $z(\lambda)$

114. Определить максимальное повышение температуры торможения воздуха подогревом в трубе, возможное без изменения параметров потока в начальном сечении, если начальная температура торможения $T_0 = 400^\circ K$, а начальная безразмерная скорость воздуха $\lambda_1 = 0,3$.

115. Поток воздуха подогревается в цилиндрической трубе сжиганием в ней горючего, расход которого составляет 5 % от расхода

воздуха. До подогрева скорость воздуха $V_1 = 50 \frac{м}{сек}$, давление $p_1 = 9,89 \text{ атм}$, температура торможения $T_0 = 400^\circ K$. Найти скорость и давление газа в сечении трубы, где температура торможения $T_{02} = 1500^\circ K$. Принять $k = 1,33$, $R = 291 \frac{дж}{кг \cdot град}$. Трением пренебречь.

116. Сделать одномерный расчет степени подогрева, скорости воздуха и поперечных размеров для полутеплового сопла (тепловое воздействие на дозвуковую часть потока в цилиндрической трубе, геометрическое – на сверхзвуковую) по следующим данным: до подогрева в камере температура торможения $T_{01} = 289^\circ K$, давление торможения $p_{01} = 20 \text{ атм}$, скорость потока $V_1 = 62,2 \frac{м}{сек}$, секундный весовой расход воздуха через сопло $G_t = 9 \frac{кг}{сек}$, истечение расчетное в атмосферу при давлении $p_a = 1,03 \text{ атм}$. Определить тягу сопла R .

117. В результате отвода тепла от воздуха, движущегося по цилиндрической трубе, давление, измеряемое на стенки трубы, уменьшилось на участке охлаждения в 1,8 раза. Найти число Маха потока в конце участка охлаждения, если в начале участка $M = 2,16$.

118. На входе в цилиндрическую трубу скорость потока воздуха $V_1 = 400 \frac{м}{сек}$ при $M_1 = 1$. Поток в трубе ускоряется компрессором без теплообмена с внешней средой (рис. 27). С какой скоростью воздух истекает из трубы, если на выходе из трубы $M_2 = 3$?

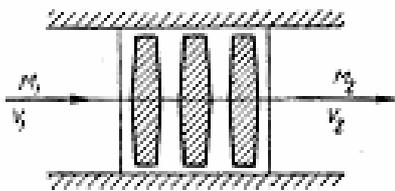


Рис. 27

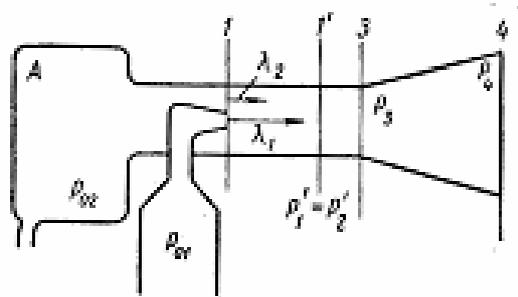


Рис. 28

119. Эжектор с цилиндрической камерой смешения (рис. 28) должен поддерживать в котле A давление $p_{02} = 0,35 \text{ ата}$. Коэффициент эжекции $n = \frac{G_{t2}}{G_{t1}} = 0,1$. Температуры торможения эжектируемого и эжектирующего воздуха равны. Во внешней среде давление $p_a = 1 \text{ ата}$.

Приняв коэффициент восстановления давления торможения $\sigma_D = \frac{p_{04}}{p_{03}} = 0,96$ и безразмерную скорость эжектируемого воздуха в сечении равных давлений $\lambda_2 = 1$, определить геометрические параметры эжектора $\alpha = \frac{F_1}{F_2}$ и $f = \frac{F_4}{F_3}$, где F_1 и F_2 - площади выходных сечений сопел эжектируемого воздуха; F_3 и F_4 - площади входного и выходного сечений диффузора.

Литература:

1. Давидсон В.Е. Основы газовой динамики в задачах. «Высшая школа», Москва. 1965.
2. Самойлович Г.С., Нитусов В.В. Сборник задач по гидроаэромеханике. «Наука», Москва. 1986.
3. Черный Г.Г. Газовая динамика. «Наука», Москва. 1980.

ОГЛАВЛЕНИЕ

§1. Одномерные изэнтропические течения газа.	3
Задачи 1-50	7
§2. Течения газа с ударными волнами	16
Задачи 51-92.....	19
§3. Расчет течений газа с учетом трения. Течения газа при наличии энергообмена	27
Задачи 93-119	30
Литература	35
<i>Таблица 1.</i> Международная система единиц (СИ)...	36
<i>Таблица 2.</i> Таблица стандартной атмосферы	38
<i>Таблица 3.</i> Физические данные атмосферы	39
<i>Таблица 4.</i> Газодинамические функции.....	40
<i>Таблица 5.</i> Соотношения между параметрами потока воздуха на прямом скачке	50

Дополнительные задачи для контрольных работ.

Задача 1. Скорость воздуха после прямого скачка $V_2 = 280 \frac{M}{c}$, $T_0 = 77^\circ C$.

Найти температуру воздуха в потоке до скачка.

Решение. Поскольку задана температура торможения T_0 , можем найти критическую скорость

$$a_{кр} \cong 18.3 \sqrt{T_0} = 18.3 \cdot \sqrt{350} = 342 \frac{M}{c}.$$

Зная $a_{кр}$, находим коэффициент скорости за скачком

$$\lambda_2 = \frac{V_2}{a_{кр}} = \frac{280}{342} = 0.82.$$

Используя соотношение Прандтля $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1$ на скачке, находим

$$\lambda_1 = \frac{1}{\lambda_2} = 1.22.$$

Тогда скорость перед скачком

$$V_1 = \lambda_1 \cdot a_{кр} = 1.22 \cdot 342 \frac{M}{c} = 417 \frac{M}{c}.$$

Имея λ_1 , находим температуру воздуха в потоке до скачка T_1 , с помощью газодинамической функции $\tau(\lambda_1)$

$$T_1 = T_0 \tau(\lambda_1) = 350^\circ K \cdot 0.75 = 262.5^\circ K.$$

Задача 2. Как изменится коэффициент восстановления давления торможения на прямом скачке, если число Маха потока до скачка $M_1 \gg 1$ увеличить вдвое?

Решение. Коэффициент восстановления давления торможения до скачка:

$$\sigma = \left[\frac{2}{(k+1)M_1^2} + \frac{k-1}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \right)^{-\frac{1}{k-1}}.$$

При $M_1 \gg 0$

$$\sigma \cong \left[\frac{k-1}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{2k}{k+1} M_1^2 \right)^{-\frac{1}{k-1}} = C M_1^{-\frac{2}{k-1}},$$

где $C = \left[\frac{k-1}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{2k}{k+1} \right)^{-\frac{1}{k-1}}$. По условию задачи

$$\sigma_2 = C (2M_1)^{-\frac{2}{k-1}}.$$

Тогда
$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{C(2M_1)^{\frac{2}{k-1}}}{CM_1^{\frac{2}{k-1}}} = 2^{-\frac{2}{k-1}}.$$

$$k = 1.4.$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 2^{-\frac{2}{1.4-1}} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}.$$

Задача 3. Перед поршнем, движущимся в трубе с постоянной скоростью $u_n = 400 \frac{M}{c}$, возникла ударная волна. Правый конец трубы открыт в атмосферу. Найти N - скорость волны относительно стенок трубы и скорость волны относительно поршня.

Решение. Если обратить движение так, чтобы ударная волна стала неподвижной, то $V_1 = N; V_2 = N - u_n$. Из основного соотношения теории прямого скачка $V_1 V_2 = a_{кр}^2$ следует, что

$$N(N - u_n) = a_{кр}^2.$$

Уравнение Бернулли не терпит разрыва на ударной волне:

$$\frac{N^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{a_{кр}^2}{2} + \frac{a_{кр}^2}{k-1} = \frac{(k+1)}{2(k-1)} a_{кр}^2,$$

$$\frac{N^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = N(N - u_n) \frac{(k+1)}{2(k-1)}.$$

Получим квадратное уравнение

$$N^2 - \frac{k+1}{2} N u_n - a^2 = 0.$$

Подставляя значения, получим

$$N^2 - 480N - 108900 = 0.$$

Следовательно, $N = 648 \frac{M}{c}$.

Дополнительные задачи для контрольных работ.

Задача 1. Турбореактивный двигатель имеет сужающееся сопло с площадью выходного сечения $F_{вых} = 0.3 \text{ м}^2$, полное давление $p_0 = 3.2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, температура торможения $T_0 = 1000^\circ \text{ К}$. Определить тягу двигателя на старте у земли. Принять $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{с}}$, $k = 1.4$.

Решение. Так как сопло сужающееся, то скорость потока на выходе из сопла $V_{вых}$ не может превышать скорости звука. Т. е., $V_{вых} \leq a_{кр}$. $V_{вых} = a_{кр}$, если перепад давления $\frac{p_{вых}}{p} \leq \pi(1) = 0.5283$. В данной задаче, так как давление на выходе равно атмосферному давлению на уровне земли, то отношение $\frac{p}{p_0} = \frac{10^5}{3.2 \cdot 10^5} < \pi(1)$. Следовательно, скорость на выходе равна критической скорости: $V_{вых} = a_{кр}$. А,

следовательно, плотность и давление тоже принимают критические значения: $\rho = \rho_{кр}$, $p = p_{кр}$. Имея значения p_0 и T_0 , можем посчитать ρ_0 , используя уравнение Клапейрона $p = \rho RT$,

$$\rho_0 = \frac{p_0}{RT_0} = \frac{3.2 \cdot 10^5 \text{ Па}}{287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°K}} \cdot 10^3 \text{ К}} = 1.11 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

$$\rho_{кр} = \rho_0 \varepsilon(1) = 1.11 \cdot 0.634 = 0.7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Зная T_0 , можем найти $a_{кр}$ по формуле (22) (из §1):

$$a_{кр} = V = \sqrt{\frac{2kRT_0}{k+1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.33 \cdot 287 \cdot 10^3}{2.4}} = 564 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Так как на выходе $V_{вых} = V_{кр}$, то $F_{вых} = F_{кр}$. Тогда, с помощью уравнения расхода можем посчитать расход

$$G = \rho_{кр} V_{кр} F_{кр} = 0.7 \cdot 564 \cdot 0.3 = 118.4 \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

Тяга двигателя определяется по формуле

$$|\bar{R}| = (p - p_a)F + \rho V^2 F = [(p - p_a) + \rho V^2] F.$$

$$\rho = \rho_{кр}, p = p_{кр}, F = F_{кр}, V = a_{кр}.$$

Подставляя значения, получаем

$$|\bar{R}| = (p_{кр} - p_a)F + \rho V_{кр} F_{кр} = 0.69 \cdot 10^5 \cdot 0.3 + 118.4 \cdot 564 = 0.88 \cdot 10^5 \text{ Н},$$

где $p_{кр} = p_0 \pi(1) = 3.2 \cdot 10^5 \cdot 0.5283 = 1.69 \cdot 10^5$.

Задача 2. Определить размеры реактивного сопла ($F_{кр}, F_{вых}$), тягу двигателя на старте и скорость потока на срезе сопла, если известны давление и температура в камере сгорания $p_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $T_0 = 3000 \text{ К}$, расход продуктов сгорания через сопло $G = 250 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$, $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°C}}$, $k = 1.4$. За расчетный режим принять работу двигателя на земле.

Решение. Считаем, что сопло работает в расчетном режиме, т. е., давление на выходе равно атмосферному. Зная давление торможения, и имея в виду, что $p_{вых} = p_a$, находим число λ на выходе с помощью газодинамической функции $\pi(\lambda)$.

$$\frac{p_a}{p_0} = \pi(\lambda_{вых}) = 20^{-1} = 0.05.$$

Следовательно, $\lambda_{вых} = 1.85$, $M_{вых} = 2.28$ из таблицы 9. Зная T_0 , можно найти $a_{кр}$.

$$a_{кр} \cong 18.3 \sqrt{3000} = 1002 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Зная значение $\lambda_{вых}$, можно найти скорость потока $V_{вых}$ и температуру с помощью функции $\tau(\lambda)$.

$$V_{вых} = \lambda_{вых} \cdot a_{кр} = 1.85 \cdot 1002 = 1853.7 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$T_{вых} = T_0 \tau(\lambda_{вых}) = 3 \cdot 10^3 \cdot 0.4296 = 1288.8.$$

Плотность на выходе найдем с помощью уравнения Клапейрона

$$\rho_{вых} = \frac{p_a}{R \cdot T_{вых}} = \frac{10^5}{287 \cdot 1288.8} = 0.27 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Из уравнения расхода $G = \rho V F$ найдем площадь выходного сечения $F_{вых}$ через заданный расход

$$\rho_{вых} V_{вых} F_{вых} = G.$$

$$\text{Отсюда } F_{\text{вых}} = \frac{250 \frac{\text{кг}^2}{\text{с}}}{0.27 \frac{\text{кг}^2}{\text{м}^3} \cdot 1853.7 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 0.4995 \text{ м}^2.$$

Площадь критического сечения найдем, используя газодинамическую функцию $q(\lambda)$.

$$\frac{F_{\text{вых}}}{F_{\text{кр}}} = \frac{q(\lambda_{\text{кр}})}{q(\lambda_{\text{вых}})}.$$

Следовательно,

$$F_{\text{кр}} = F_{\text{вых}} q(\lambda_{\text{вых}}) = 0.4995 \text{ м}^2 \cdot 0.353 = 0.176 \text{ м}^2.$$

Тяга двигателя определяется по формуле

$$\begin{aligned} |\bar{R}| &= (p - p_a)F + \rho V^2 F = (p_{\text{кр}} - p_a)F_{\text{кр}} + GV = \\ &9.6 \cdot 10^5 \cdot 0.176 + 250 \cdot 1002 = 1.69 \cdot 10^5 + 2.5 \cdot 10^5 = 4.19 \cdot 10^5 \text{ Н}. \\ p_{\text{кр}} &= p_0 \cdot \pi(1) = 2 \cdot 10^6 \cdot 0.5283 = 10.6 \cdot 10^5 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Задача 3. Сухой воздух, движущийся при температуре 15°C и давлении $1.033 \frac{\text{кг}^2}{\text{см}^2}$ в двухдюймовой трубе, имеет в первом сечении число $M = 1.8$. Затем его скорость уменьшается до $M = 1$ за счет теплообмена со стенками. Найти изменение температуры воздуха и количество тепла, сообщенное единице его массы.

Решение. Если знаем числа M_1 и M_2 , то по формуле (8) (из §3)

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} \right)^2$$

можно найти T_2 :

$$T_2 = 288 \cdot \left(\frac{1}{1.8} \cdot \frac{1 + 1.4 \cdot 3.24}{1 + 1.4} \right)^2 = 473^\circ \text{K}.$$

Изменение температуры воздуха

$$T_2 - T_1 = 473 - 288 = 185^\circ \text{K}.$$

Количество тепла, сообщенное единице массы, определяется как

$$\Delta q^{(e)} = c_p (T_{20} - T_{10}).$$

Температуры торможения T_{10} и T_{20} найдем, используя газодинамическую функцию $\tau(M)$:

$$T_{10} = \frac{T_1}{\tau(M_1)} = \frac{288}{0.6047} = 476.3^\circ \text{K},$$

$$T_{20} = \frac{T_2}{\tau(M_2)} = \frac{473}{0.8333} = 567.6^\circ \text{K}.$$

Теплоемкость $c_p = 1003.2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{K}}$.

Подставляя значения, получим количество тепла, сообщенное единице массы

$$\Delta q^{(e)} = 1003.2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{K}} \cdot (567.6 - 476.3)^\circ \text{K} = 0.9 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

Задача 4. Воздух поступает в трубу постоянного диаметра при температуре $T_1 = 15^\circ \text{C}$, давлении $p_1 = 2 \text{ атм}$ со скоростью $V_1 = 86 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Трением пренебрегаем. Поток сообщает максимально возможное количество тепла. Найти давление и температуру на выходе, а также количество подведенного тепла.

Решение. Получив максимально возможное количество тепла, поток разгоняется до скорости звука, т. е. $M_2 = 1$. Зная температуру T_1 , можем найти a_1 .

$$a_1 = 20.1\sqrt{T} \text{ при } k = 1.4,$$

$$a_1 = 20.1\sqrt{288} = 341 \frac{M}{c}.$$

Следовательно, находим M_1

$$M_1 = \frac{V_1}{a_1} = \frac{86}{341} = 0.252.$$

Зная M_1 и M_2 , можем найти T_2 по формуле (8)

$$T_2 = 288 \cdot \left(\frac{1}{0.252} \cdot \frac{1 + 1.4 \cdot 0.252^2}{1 + 1.4} \right)^2 = 933.6 \text{ K}.$$

p_2 находим из формулы (7)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} = \frac{1 + 1.4 \cdot 0.252^2}{1 + 1.4} = 0.39,$$

$$p_2 = 0.8 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

$$[\rho_{атм} = 1.0325 \cdot 10^5 \text{ Па}]$$

Как и в предыдущей задаче

$$T_{10} = \frac{T_1}{\tau(M_1)} = \frac{288}{0.989} = 291^\circ \text{ K},$$

$$T_{20} = \frac{T_2}{\tau(M_2)} = \frac{933.6}{0.8333} = 1120^\circ \text{ K}.$$

$$\Delta q^{(e)} = c_p (T_{20} - T_{10}) = 10003.2 \cdot 829 = 0.8 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

Задача 5. В цилиндрическую камеру сгорания поступает воздух с температурой торможения $T_0 = 370^\circ \text{ K}$ и скоростью $V_1 = 88 \frac{M}{c}$. Определить температуру критического нагрева потока $T_{2кр}$ в конце камеры сгорания ($k = 1.4$).

Решение. Из условия задачи, в конце камеры сгорания скорость становится критической $V_2 = a_{кр}$. Следовательно, $M_2 = 1$, $\lambda_2 = 1$. Зная T_{10} , можем найти $a_{1кр}$.

$$a_{1кр} \cong 18,3\sqrt{370} = 352.$$

$$\lambda_1 = \frac{V_1}{a_{1кр}} = \frac{88}{352} = 0.25.$$

M_1 находим из таблицы 9

$$M_1(0,25) = 0.23.$$

$T_{2кр}$ определяется по формуле (8)

$$T_{2кр} = T_1 \left(\frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} \right)^2 = 366 \left(\frac{1}{0.23} \cdot \frac{1 + 1.4 \cdot 0.23^2}{1 + 1.4} \right)^2 = 1385.7^\circ \text{ K},$$

где T_1 определяется как $T_1 = T_{01} \tau(\lambda_1) = 370 \cdot 0.99 = 366$.

